

DISEÑO DE UN TOMÓGRAFO PET PARA PEQUEÑOS ANIMALES CON GEOMETRÍA OCTOGONAL: ESTUDIOS PRELIMINARES

Juan Enrique Ortuño¹, Juan José Vaquero², George Kontaxakis¹, Manuel Descó², Andrés Santos¹

¹Departamento de Ingeniería Electrónica, ETS de Ingenieros de Telecomunicación, Universidad Politécnica de Madrid

²Unidad de Medicina y Cirugía Experimental, Hospital GU “Gregorio Marañón”, Madrid

RESUMEN

En este trabajo presentamos un estudio preliminar del diseño de un tomógrafo de emisión de positrones (PET) con geometría octogonal, con el objetivo de evaluar la influencia de varios parámetros críticos en la calidad de la imagen reconstruida. El simulador propuesto está basado en técnicas de *Monte Carlo* e incluye profundidad de interacción en cristal. Las fuentes de actividad se pueden simular mediante distribuciones paramétricas dentro de campo de visión (FOV). La matriz del sistema también se calcula basándose en modelos estadísticos y simulación de *Monte Carlo*. Se han empleado algoritmos de reconstrucción iterativos basados en la estimación de máxima verosimilitud (MLEM) y regularización bayesiana, así como retroproyección filtrada (FBP).

1. GEOMETRÍA DEL TOMÓGRAFO

El diseño básico del tomógrafo PET propuesto consiste en ocho detectores planos que forman un octógono regular (figura 1). Cada detector está formado por una matriz de cristales centelladores acoplada a tubos fotomultiplicadores [1].

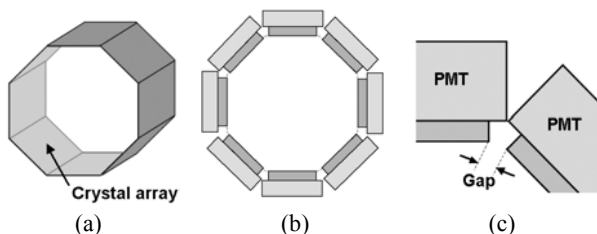


Figura 1. (a) Geometría octogonal propuesta para la cámara PET, (b) vista axial del tomógrafo, (c) detalle de los huecos entre detectores.

Las coincidencias están permitidas entre un detector y los tres opuestos, resultando en total de doce pares de detectores en coincidencia. El número de los cristales centelladores y las separaciones entre los detectores se ajustan en el proceso de optimización.

En esta geometría, si no existe rotación del tomógrafo, no es posible conseguir sinogramas completos en todo el FOV. Tendremos por una parte, franjas sin actividad por efecto de los huecos o *gaps* entre detectores (figura 1), y zonas triangulares vacías (figura 2) en el sinograma.

2. SIMULADOR DE MONTE CARLO

Para analizar las características de las proyecciones obtenidas con esta configuración de cámara PET y estudiar los algoritmos de reconstrucción adecuados, se ha implementado un simulador basado en técnicas de *Monte Carlo*, con adquisición 3D. El simulador debe generar un número elevado de eventos por segundo, por lo que no modela todos los fenómenos físicos que ocurren en una cámara PET en detalle.

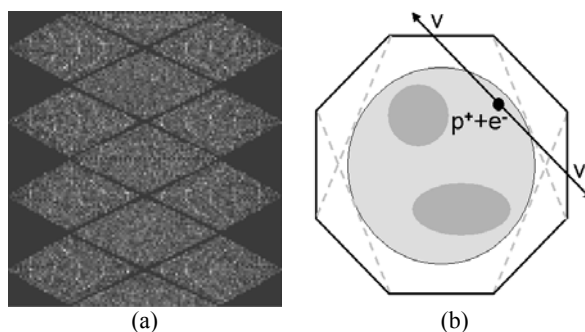


Figura 2. (a) Sinograma 2D sin corregir, procedente de una actividad uniforme dentro del FOV, (b) ejemplo de desintegración no registrada dentro del FOV.

Las fuentes de actividad pueden estar constituidas por varias clases de volúmenes paramétricos situados dentro del FOV, o bien distribuciones definidas para cada vóxel. Para reducir el tiempo de computación, existe la posibilidad de que los rayos sean uniformemente generados únicamente en direcciones dentro del rango válido de coincidencia.

Los datos simulados se almacenan inicialmente en modo histograma, es decir, se registra el número de coincidencias en cada línea de respuesta (LOR) entre pares de cristales.

Para reconstrucciones basadas en sinogramas, los datos de coincidencia en modo histograma se reformatean en sinogramas directos y oblicuos similares a los propuestos por *Defrise* y col. [2] para geometrías cilíndricas. En configuraciones octogonales sin rotación, los sinogramas presentan características formas romboidales o de diamante (figura 2), asociadas a parejas de bloques detectores. Estos rombos están separados por bandas cuya anchura depende del *gap* entre detectores consecutivos. El reformateo o *rebinning* directo de modo histograma a sinograma sin interpolación (que se evita para no perder resolución) produce artefactos de no uniformidad que se corrigen mediante normalización.

2.1. Penetración en cristal

El efecto de profundidad de interacción (DOI) de los cristales centelladores también se modela mediante técnicas de *Monte Carlo*. La dispersión entre cristales no se ha considerado en esta primera versión en beneficio de la velocidad de simulación. El modelo de interacción del rayo gamma dentro del detector se modela mediante la expresión:

$$N(x) = N(0)e^{-\mu x} \quad (2.1)$$

siendo $N(0)$ el número incidente de fotones, y μ el coeficiente de atenuación lineal. La densidad de probabilidad de atenuación en el cristal con la distancia de penetración es:

$$fdp(x) = \mu e^{-\mu x} \quad (2.2)$$

y la probabilidad de atenuación en el cristal en función de la distancia:

$$\text{Prob}[X \leq x] = \int \mu e^{-\mu x} dx = 1 - e^{-\mu x} \quad (2.3)$$

Para reproducir este efecto en el simulador, se generan números pseudo-aleatorios según la expresión (2.3) a partir de un distribución uniforme, mediante el método de la función inversa.

3. RECONSTRUCCIÓN FBP

La retroproyección filtrada 2D parte de los sinogramas *directos* o bien de un *rebinning* de datos 3D a 2D mediante algoritmos SSRB, MSRB [3] o FORE [2]. El tamaño ideal de los sinogramas para que no haya que recurrir a filtrados o interpolaciones que degraden la resolución, es función del número y tamaño de los cristales centelladores, así como de la distancia de separación. El *bin* angular usado es:

$$\Delta\phi_d = \arctan\left(\frac{2d_d}{D + d_m}\right) \quad (3.1)$$

siendo d_d la separación entre cristales en la vista axial, d_m la profundidad de interacción media, y D la distancia entre detectores opuestos.

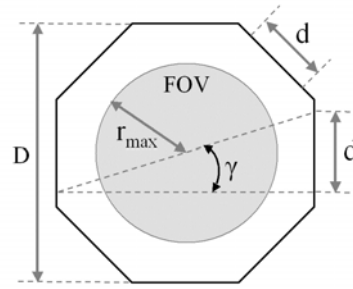


Figura 3. Diagrama axial de la geometría propuesta. Se observa el radio del FOV (r_{\max}).

En una configuración octogonal con doce parejas de detectores en coincidencia, el radio máximo del FOV viene determinado por la fórmula siguiente:

$$r_{\max} = \left(\frac{d}{2}\right) \frac{\sin\left(\gamma + \frac{\pi}{8}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)} \quad (3.2)$$

donde γ es el arco tangente que entre la longitud total de un detector (en la vista axial) d , y la distancia entre detectores opuestos D (figura 3).

Con esta distancia máxima y denotando como N_d al número de cristales en una fila del detector, se recomienda una dimensión radial del sinograma de:

$$N(s) = \text{ceil}\left(\left(2N_d - 1\right) \frac{\sin\left(\gamma + \frac{\pi}{8}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)}\right) \quad (3.3)$$

Además de determinar el tamaño adecuado de los sinogramas, se tiene que realizar una corrección por sensibilidad y por número de LOR por píxel (figura 4).

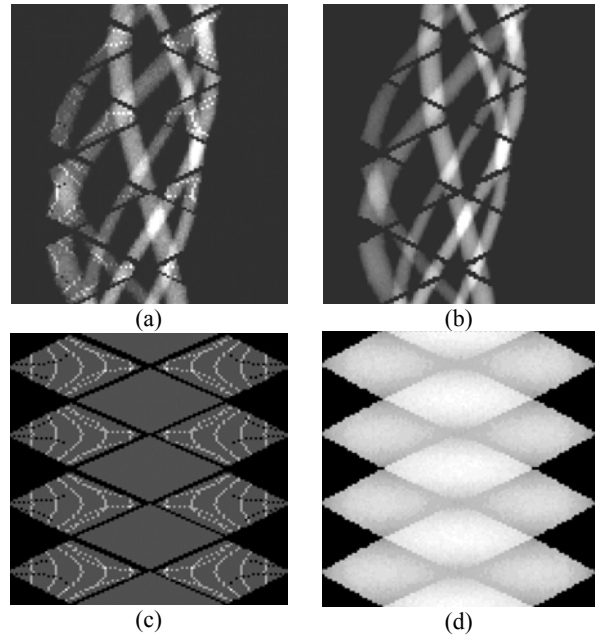


Figura 4. (a) Ejemplo de sinograma 2D sin corregir, (b) El sinograma corregido, (c) máscara de corrección por número de LOR por píxel, (d) máscara de corrección por sensibilidad.

La corrección por sensibilidad se calcula dividiendo por el sinograma resultado de simular un volumen homogéneo en todo el FOV (figura 4) con suficiente número de eventos para que sea estadísticamente significativo.

Sobre los sinogramas corregidos se puede realizar una reconstrucción FBP pero la presencia de bandas y zonas sin actividad registrada, conduce a la generación de artefactos.

4. RECONSTRUCCIÓN ITERATIVA

Los algoritmos iterativos basados en modelos estadísticos no se ven significativamente afectados por la falta de datos en algunas proyecciones o sinogramas incompletos. Además se pueden retroproyectar directamente los datos 3D, aprovechando toda la sensibilidad que ofrece el scanner en modo de adquisición sin colimadores.

Se ha implementado un algoritmo MLEM (*Maximum-likelihood, Expectation-Maximization*) [4], con regularización bayesiana, en versiones 2D y 3D para la geometría octogonal propuesta. Este algoritmo sigue el siguiente esquema iterativo:

$$x^{k+1}(i) = x^k(i) \left(\sum_{j=1}^J a(i,j) \frac{y(j)}{\tilde{y}^k(j)} \right) \quad (4.1)$$

donde en cada iteración k se actualizan los valores de los vóxeles i . Siendo $y(j)$ las proyecciones medidas para cada línea de respuesta j , y:

$$\tilde{y}(j) = \sum_{i=1}^I x(i)a(i,j) \quad (4.2)$$

las proyecciones estimadas a partir de las probabilidades $a(i,j)$ de que un evento ocurrido en un vóxel i se registre en la LOR j . La calidad de la reconstrucción depende decisivamente de lo que se aproxime esta matriz de probabilidades, o matriz del sistema, a las probabilidades del tomógrafo real.

Por último, se regulariza la reconstrucción mediante un filtro gaussiano entre iteraciones [5].

4.1. Matriz del sistema

La matriz del sistema $a(i,j)$ puede calcularse analíticamente de acuerdo a la geometría del tomógrafo, aproximando la probabilidad de evento mediante el volumen de intersección, o también por la longitud del segmento línea de respuesta dentro del vóxel. Pero estos modelos simples no tienen en cuenta efectos físicos de penetración en cristal, dispersión, etc.

Otra posibilidad descrita [4] consiste en realizar una simulación de *Monte Carlo* para estimar las probabilidades $a(i,j)$. Dependiendo de los procesos físicos modelados, esta matriz será más aproximada a la realidad. En nuestro simulador existe la posibilidad de simular matrices de sistema para reconstrucciones 2D y

3D, y el usuario puede elegir como parámetros el tamaño de vóxel y el número de eventos generados en cada uno de ellos.

Los datos simulados se almacenan en disco en forma de matriz dispersa, dado que la mayoría de las probabilidades son nulas o se pueden aproximar a este valor. El caso 3D es especialmente costoso en tiempo de cálculo puesto que para detectores de 30x30 cristales y tamaño de imagen de 128x128x64 existen más de 10^{13} posiciones. Sin embargo solamente hay que realizar la simulación una vez por configuración geométrica.

5. RESULTADOS

5.1. Medidas de sensibilidad

Una utilidad del simulador consiste en la medición de la sensibilidad en el campo de vista. En la figura 5 se pueden observar cortes axiales de la sensibilidad obtenida para diferentes separaciones entre detectores situados en lados opuestos del octógono. Conforme aumenta esta separación, se incrementa el campo de visión a costa de perder sensibilidad. La imagen de sensibilidad presenta unos patrones característicos, debido a la presencia de los *gaps* entre detectores.

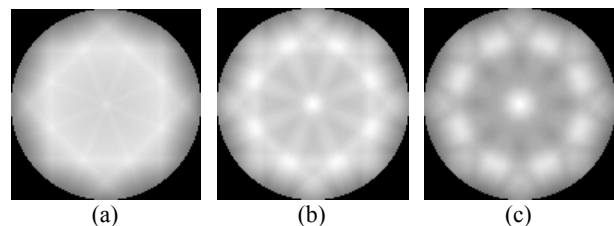


Figura 5. Imágenes de sensibilidad para geometría octogonal y diferentes separaciones entre detectores opuestos, (a) 118.5 mm, (b) 138 mm, (c) 158 mm.

5.2. Reconstrucciones

La figura 6 muestra una comparación entre reconstrucción iterativa (MLEM) y retroproyección filtrada de un phantom simulado de tipo *Derenzo*.

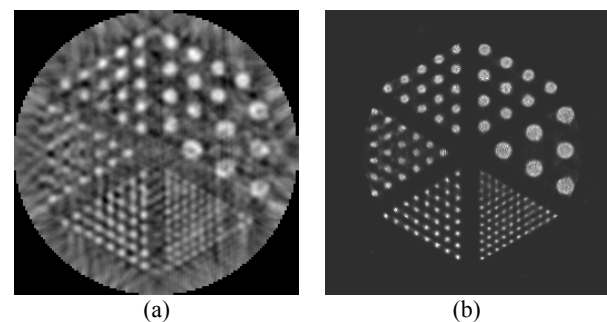


Figura 6. (a) Corte axial de una reconstrucción FBP con filtro de rampa, de un phantom de tipo *Derenzo* simulado en un tomógrafo octogonal, (b) reconstrucción MLEM-2D.

En la figura 7 se representan reconstrucciones iterativas para dos *phantoms* distintos, simulados en el tomógrafo propuesto. En este experimento se observa la influencia de posibles incorrecciones en el cálculo de la matriz del sistema, utilizando el método de reconstrucción MLEM.

En las figuras 7a y 7b, se ha empleado una matriz del sistema correcta, pero en las figuras 7c y 7d, las simulaciones se han reconstruido utilizando una matriz del sistema correspondiente a una geometría octogonal ligeramente diferente a la usada en la generación de los *phantoms* (con una separación adicional de 10 mm entre los detectores situados en caras opuestas), apreciándose la degradación de las imágenes resultantes.

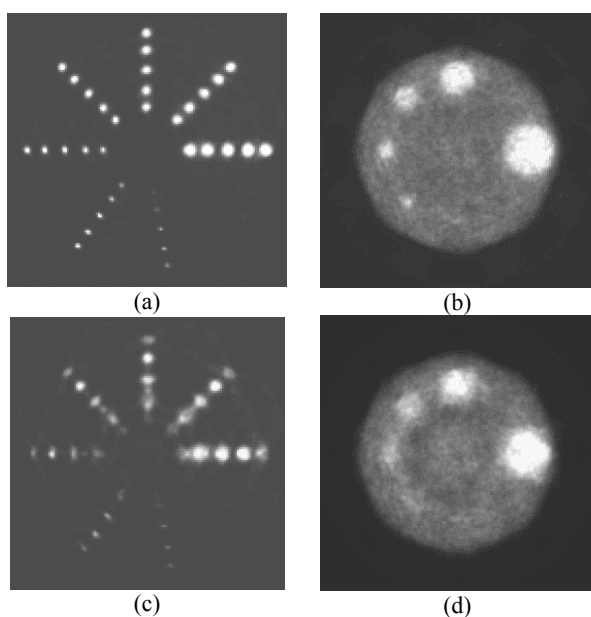


Figura 7. (a,b) Reconstrucciones MLEM-2D de *phantoms* simulados en un tomógrafo con geometría octogonal, (c,d) reconstrucciones MLEM-2D en las que se ha utilizado una matriz del sistema incorrecta, apreciándose la degradación de las imágenes reconstruidas.

En los resultados mostrados se ha utilizado una configuración de 30x30 cristales de centelladores de LSO por detector, de tamaño 1.6x1.6x10 mm. El diámetro del FOV en la vista axial en ausencia de *gap* es de 88.7 mm.

6. CONCLUSIONES

El tomógrafo PET con geometría octogonal presenta un buen compromiso entre sensibilidad, tamaño del campo de visión y coste de realización.

El simulador que se ha propuesto para estudiar esta geometría octogonal es suficientemente rápido como para generar matrices de probabilidad estadísticamente significativas en un tiempo razonable.

Las pruebas preliminares realizadas recomiendan el empleo de reconstrucciones de tipo iterativo, que proporcionan mejores resultados que las basadas en sinogramas, dado que éstos no son completos en la geometría octogonal.

El software de simulación se puede adaptar fácilmente a otras geometrías no octogonales, y futuras implementaciones incluirán otros efectos físicos (principalmente *scattering* o dispersión) en el simulador.

10. BIBLIOGRAFÍA

- [1] S. Siegel, J.J. Vaquero, L. Aloj, J. Seidel, E. Jagoda, W.R. Gandler, W.C. Eckelman and M.V. Green, "Initial Results from PET/Planar Small Animal Imaging System", *IEEE Trans. on Nuclear Science*, 46(3), pp. 571-575, 1999.
- [2] M. Defrise, P.E. Kinahan, D.W. Townsend, C. Michel, M. Sibomana, and D.F. Newport, "Exact and Approximate Rebinning Algorithms for 3-D PET Data", *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 16(2), pp. 145-158, 1997.
- [3] R.M. Lewitt, G. Muehllehner and J.S. Karp, "Three-Dimensional Image Reconstruction for PET by Multi-Slice Rebinning and Axial Image Filtering", *Physics in Medicine and Biology*, 39, pp 321-339, 1994.
- [4] G. Kontaxakis, L.G. Strauss and G.S. Tzanakos, "An Efficient Implementation of the Iterative ML-EM Image Reconstruction Algorithm for PET on a Pentium PC Platform", *Journal of Computing and Information Technology*, 7(2), pp. 153-163, 1999.
- [5] G. Kontaxakis, L.G. Strauss, T. Thireou, M.J. Ledesma-Carbayo, A. Santos, S.A. Pavlopoulos, A. Dimitrakopoulou-Strauss, "Iterative Image Reconstruction for Clinical PET Using Ordered Subsets, Median Root Prior, and Web-Based Interface", *Molecular Imaging and Biology*, 4(3), pp. 219-231, 2002.