

Reconstrucción iterativa OSEM-3D para cámara TEP de alta resolución mediante matriz de sistema precalculada

J.E. Ortuño Fisac, P. Guerra Gutiérrez, J.L. Rubio Guivernau, G. Kontaxakis, A. Santos Lleó

Departamento de Ingeniería Electrónica, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, España, juanen@upm.es

Resumen

Se presenta una metodología eficiente de reconstrucción iterativa de imágenes de tomografía de emisión de positrones basada en el algoritmo OSEM-3D. La técnica propuesta se aplica a tomógrafos de alta resolución con parejas de detectores planos enfrentados y de cristales pixelados. La matriz de sistema se calcula off-line mediante técnicas de Montecarlo, e incluye un modelo de detección en el cristal centelleador con simulación de los efectos fotoeléctrico y dispersión Compton. Las probabilidades estimadas se almacenan en disco con formato disperso para un acceso rápido y secuencial a los datos durante el proceso de reconstrucción. Se calculan los elementos de la matriz de sistema pertenecientes a un plano transaxial central y el resto del volumen se obtiene mediante operaciones de traslación y simetría del eje axial. Los resultados se han comparado con simulaciones de la plataforma GATE.

1. Introducción

La tomografía de emisión de positrones (TEP) adaptada a pequeños animales de laboratorio requiere trabajar con tamaños varios órdenes de magnitud menores que en los estudios clínicos en humanos [1]. El requerimiento de resoluciones del orden de 1 mm con una buena sensibilidad obliga a realizar adquisiciones y algoritmos de reconstrucción en modo 3D.

Los algoritmos de reconstrucción iterativos permiten la inclusión de un modelo estadístico del proceso de detección de los fotones de alta energía y se ha demostrado que se pueden obtener imágenes de mayor calidad que con los métodos analíticos utilizados habitualmente en los equipos comerciales de TEP para humanos [2]. Por otra parte, las diferencias entre los numerosos algoritmos iterativos propuestos en la literatura dependen básicamente de otros factores como la corrección por dispersión, atenuación, o el modelado de la cámara TEP [3].

El algoritmo MLEM (*Maximum-likelihood expectation-maximization*) [4] es ampliamente usado con métodos de adquisición 3D y sigue el siguiente esquema:

$$x^{k+1}(i) = \frac{x^k(i) \left(\sum_{j=1}^J a(i,j) \frac{y(j)}{\sum_{i=1}^I x(i) a(i,j)} \right)}{\sum_{j=1}^J a(i,j)}$$

Donde en cada iteración k se actualizan el valor de elemento de imagen o voxel $x(i)$. $y(j)$ es la proyección de la línea de respuesta (LOR) j y $a(i,j)$ es la probabilidad a

priori de que un evento generado en i sea registrado en la LOR j

El algoritmo OSEM (*ordered-subsets expectation maximization*) [5] agrupa los datos de la proyección en una secuencia ordenada de subconjuntos. La velocidad de convergencia aumenta por un factor aproximadamente igual al número de subconjuntos empleados.

La matriz de probabilidad o matriz de sistema (MS) formada por $a(i,j)$, para todo i y j se puede aproximar analíticamente calculando la intersección entre el vóxel i y volumen formado entre las superficies del par de detectores que definen la LOR j , o también mediante simulación de Montecarlo. Esta segunda alternativa permite incluir otros efectos físicos, como la profundidad de iteración en el detector, rango del positrón, no colinearidad, o efectos de dispersión o atenuación.

La metodología propuesta para el cálculo de la MS y el algoritmo OSEM-3D se aplica a cámaras TEP de alta resolución para pequeños animales, compuestas por pares de detectores planos enfrentados y cristales centelleadores pixelados. El modelo de simulación incluye los efectos de interacción fotoeléctrica y dispersión no coherente (Compton) en el cristal centelleador. La MS se almacena en disco en modo disperso y con ordenación optimizada para el algoritmo de reconstrucción.

2. Materiales y métodos

El esquema de simulación de MS se aplica a escáneres con detectores planos enfrentados y formados por bloques de cristales pixelados. Con detectores en rotación, el espacio de proyección se parametriza mediante un conjunto de sinogramas oblicuos que son función de cuatro variables (Fig. 1): (s, φ, θ, r) , donde s es la distancia entre el eje axial z y la proyección de la LOR sobre el plano transaxial x - y ; φ es el ángulo entre ésta proyección y el eje x ; θ el ángulo que forma la LOR con el plano x - y y r es el punto medio de las coordenadas axiales (z_1, z_2) de los dos cristales pixelados en coincidencia. El conjunto de sinogramas se puede representar sobre una malla de puntos llamada Michelograma [6] (Fig. 1), en el que cada elemento representa el sinograma oblicuo asociado a una pareja de valores discretos (θ, r) .

Los elementos de la MS $a(i,j)$ se asignarán a las probabilidades de que un evento de de aniquilación positrón-electrón emitido desde el elemento de volumen i , sea registrado en el punto del sinograma j . Si se utilizan valores de probabilidad precalculados mediante simulación, se debe reproducir el método de

discretización e interpolación usado en la adquisición de datos. Una ilustración gráfica para comparar valores de SM puede incluir un Michelograma con pesos, donde cada punto de la malla se representa con un nivel de gris equivalente al valor total de probabilidad del sinograma correspondiente (Fig. 2)

Las redundancias de desplazamiento axial y simetría axial de la geometría de detectores planos enfrentados permite emplear factor de reducción en cuanto a espacio de cálculo y almacenamiento de la MS que es proporcional al número de filas de cristales pixelados según el eje axial, simulando únicamente los valores de MS asociados a vóxeles de un plano transaxial central [7]. El tamaño de malla de la imagen según el eje axial debe ser divisor del tamaño de cristal pixelado para que esta aproximación analítica sea correcta.

La MS se calcula mediante técnicas de Montecarlo en dos pasos separados: Simulación de la geometría de la cámara TEP, y simulación de la respuesta del detector. En las siguientes subsecciones se detalla el proceso estos dos pasos principales.

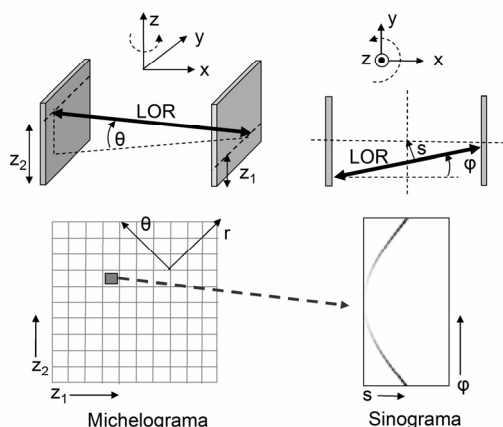


Figura 1. Parametrización de las LOR usando sinogramas oblicuos y Michelogramas.

2.1. Simulación de la geometría de la cámara

Se han utilizado vóxeles con fuentes de actividad de distribución uniforme de tipo cuboide sin solapamiento. El código desarrollado para la simulación también permite el empleo de fuentes puntuales, vóxeles de tipo cilíndrico o esférico y con distribución no uniforme para aproximar parametrizaciones de Kaiser-Bessel [8].

Los elementos de la matriz $a(i,j)$ se estiman de forma secuencial para todos los vóxeles i de un plano central, y el resto se deducen durante el proceso de reconstrucción usando simetrías y traslación axial. Para reducir el tiempo de cálculo, solamente se generan eventos en las direcciones donde es posible la coincidencia. Este paso de la simulación sigue los fotones hasta la intersección con la superficie de los detectores y en caso de coincidencia asigna un par de cristales pixelados y opcionalmente, un ángulo de rotación. Con la estadística suficiente esta simulación es equivalente a la solución analítica de calcular el volumen de intersección del

conjunto de tubos de respuesta (TOR) con vóxeles cuboide [9]

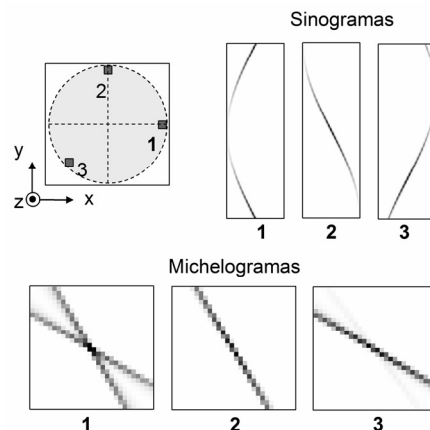


Figura 2. Representación de un subconjunto de valores de la MS para tres vóxeles, mediante un sinograma y Michelogramas con pesos.

2.2. Simulación de la respuesta del detector

La simulación completa de la interacción de cada fotón que alcanza los detectores se ha remplazado por los valores precalculados de las probabilidades de detección en los cristales vecinos, en función del ángulo y el punto de entrada en el detector.

Estos valores están modelados mediante una simulación de Montecarlo que incluye efecto fotoeléctrico y dispersión Compton. El algoritmo se detalla a continuación en 4 pasos:

1. Inicializar la dirección inicial \vec{r}_0 , el punto de entrada en el detector p_0 , y la energía inicial E_0 del fotón, así como coeficiente de absorción μ_0 del cristal para E_0
2. Generar una distancia $d_i = -\log(1-v)/\mu_i$, siendo v un número aleatorio con distribución uniforme en $[0,1]$. Si el punto de interacción $p_{i+1} = f(\vec{r}_i, d_i, p_i)$ está fuera del cristal, ir al paso 4.
3. Determinar la probabilidad de interacción Compton o fotoeléctrica de acuerdo con la fotofracción con la energía E_i . Con efecto fotoeléctrico: sumar la energía E_i en la posición p_{i+1} e ir al paso 4. Con efecto Compton: sumar la fracción de energía depositada en la posición p_{i+1} , coeficiente de absorción μ_{i+1} y nueva dirección \vec{r}_{i+1} . Ir al paso 2.
4. Si la energía total almacenada es mayor que el umbral, almacenar los datos del evento. Si i es menor que el número de eventos que se quieren simular, ir al paso 1.

Se han empleado las secciones cruzadas del *National Institute of Standard and Technology* (NIST) [10] para extraer los valores del coeficiente de atenuación que modela la profundidad de interacción en función de la energía. Las iteraciones Compton se han modelado mediante el muestreo de la distribución de Klein-Nishina, empleando una variación de la técnica Khan [11]. El número máximo de dispersiones y la mínima energía se limita para acelerar el proceso de simulación.

El algoritmo se repite para diferentes valores discretos de ángulos y posiciones relativas de entrada de los fotones respecto al cristal pixelado y manteniendo constante la energía de entrada a 511 keV. La distribución de probabilidad de interacción en los cristales adyacentes se aproxima mediante el histograma de energía depositada para un elevado número de eventos, almacenando los N cristales más probables en una *lookup-table* (LUT). El ángulo de entrada relativo al detector se parametriza en coordenadas esféricas mediante el ángulo polar θ_c y azimutal φ_c .

Con este método de doble simulación y reducción de varianza, cada evento detectado en la simulación geométrica se asocia a $N \times N$ posibles LOR con pesos, incrementando la velocidad de la simulación en más de dos órdenes de magnitud.

3. Resultados

El esquema de simulación se ha adaptado a una cámara TEP experimental de pequeños animales [12] formado por 4 detectores planos en rotación de 180° , enfrentados dos a dos. Los detectores están separados 160 mm y formados por cristales pixelados de LYSO de $1.5 \times 1.5 \times 10$ mm³. Los datos son adquiridos en modo 3D y almacenados en 28^2 sinogramas oblicuos de 55 posiciones discretas en s y 170 valores de ángulo en φ . Los resultados se han comparado con experimentos equivalentes en GATE tanto en la simulación del rayo gamma en el cristal como en el cálculo de los valores de probabilidad de la MS para determinados vóxeles. Todos los experimentos se realizaron en un ordenador PC con procesador Pentium IV.

3.1. Resultados de simulación de cristal

La rutina de simulación de Montecarlo para la interacción del fotón en el cristal se ha empleado para calcular una LUT con los siguientes valores: θ_c de 0° a 40° en pasos discretos de un grado, y φ_c con valores de 0° a 360° , en pasos de 3° . Además, el punto de entrada en el cristal pixelado se ha discretizado mediante un array de 19x19 valores. Se generó un millón de eventos para cada valor de ángulo polar θ para obtener la energía total depositada en cada cristal vecino, almacenando las 20 mayores probabilidades en la LUT. El tiempo total de simulación fue inferior a una hora en un PC con procesador Pentium IV. Se realizó el mismo experimento mediante una simulación GATE comprobando que la diferencia relativa al total de energía absorbida por el cristal era inferior al 0.5% en todas las posiciones de la LUT. En la figura 3 se representa la diferencia para dos valores concretos en un entorno de 9×9 cristales pixelados.

3.2. Resultados de matriz de sistema

Se ha calculado una MS con los siguientes parámetros: Malla cúbica 3D de $111 \times 111 \times 56$ vóxeles, con distribución uniforme de los eventos y sin solapamiento. El tamaño de vóxel de tipo cuboide era de $0.4 \times 0.4 \times 0.8$ mm³.

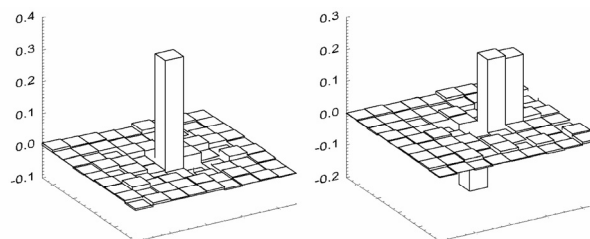


Figura 3. Diferencias entre simulación de cristal en GATE y con nuestro software de simulación para $\theta=0^\circ, \varphi=0^\circ$ (izquierda) y para $\theta=20^\circ, \varphi=0^\circ$ (derecha)

Si simuló un número total de $111 \times 111 \times (\pi/4) \approx 9649$ vóxeles, pertenecientes a un plano central, con $6 \cdot 10^5$ eventos por vóxel en un tiempo inferior a 43 horas (es decir, con una media de 16 segundos por vóxel). Para mantener acotada la dispersión de la MS, los valores de probabilidad inferiores a una milésima parte del valor mayor se redondearon a cero. Los demás valores de la MS pertenecientes al plano central fueron aproximadamente $1.830 \cdot 10^9$, con una media de 189692 valores por vóxel. El grado de dispersión en el plano fue del 97.4%. Usando 8 bytes por elemento de MS, el espacio de disco requerido resulta inferior a 13 GB.

La figura 4 representa una comparación gráfica entre los resultados de simulación de MS para un vóxel simple usando GATE y nuestro software. Se muestra el histograma 2D para s y ψ (suma de todos los sinogramas oblicuos) y para z_1, z_2 (sumando todos los valores del sinograma asociado en el Michelograma con pesos)

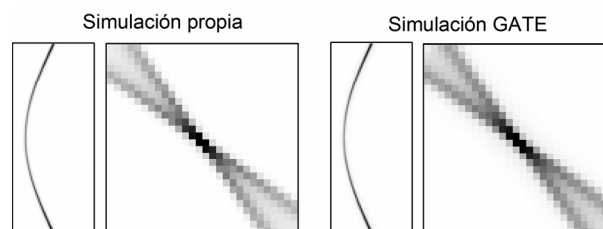


Figura 4. Comparación con GATE (simulación de SM)

Se ha simulado otra MS con los mismos parámetros, pero sin incorporar el módulo de simulación de cristal, de tal manera que la LOR era calculada únicamente en función de los dos cristales pixelados en coincidencia. El grado de dispersión fue del 99.67% con una media de 24290 valores distintos de cero por vóxel.

3.3. Reconstrucción OSEM

Fig. 5 muestra el resultado de la reconstrucción OSEM-3D (10 subconjuntos o *subsets* no solapados, con 1 y 6 iteraciones) de una simulación de fantoma de tipo *Derenzo* generada por GATE. El fantoma estaba formado por conjuntos de cilindros de agua con actividad, agrupados en triángulos de 4.8, 4, 3.2, 2.4, 1.6 y 1.2 mm de diámetro, con la misma separación mínima entre sus superficies. Los cilindros se rodearon de plástico (polietileno).

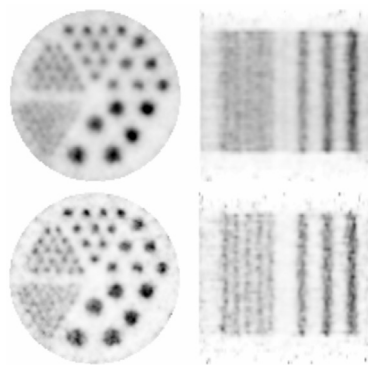


Figura 5. Reconstrucción OSEM-3D. Planos transaxiales y coronales con 2 iteraciones (arriba) y 6 iteraciones (abajo)

Los valores de la MS se reordenaron en 10 *subsets* balanceados según el ángulo azimutal ψ . Se limitó la máxima diferencia axial a 16 cristales para emplear 653 sinogramas oblicuos del total de 784. el algoritmo incluye una regularización a posteriori (MAP) con filtro gaussiano entre iteraciones [13].

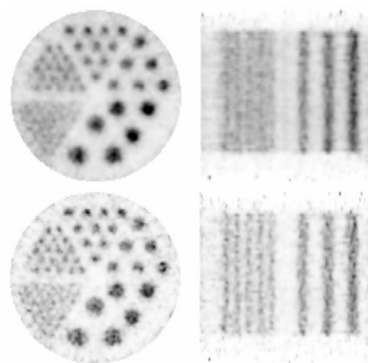


Figura 6. Reconstrucción OSEM-3D con MS simplificada. Planos transaxiales y coronales con 2 iteraciones (arriba) y 6 iteraciones (abajo)

El tiempo de reconstrucción fue de 40 minutos por iteración OSEM. Los datos de MS, leídos de un disco duro IDE de 56 MB/s, el porcentaje de tiempo empleado en la lectura de datos es inferior a 20% del total.

Fig. 6 muestra el mismo fantoma reconstruido mediante la MS simplificada sin simulación de detector. El resultado es mas ruidoso y al ser la matriz mas dispersa el tiempo de reconstrucción baja a casi 8 min. por iteración.

4. Conclusiones

Se ha implementado un método eficiente para el cálculo de una MS basándose en técnicas de Montecarlo. El modelo ha sido adaptado a cámaras TEP de alta resolución para pequeños animales, e incorpora la configuración geométrica de la cámara e información detallada del proceso físico de la interacción de los rayos gamma en el cristal centellador. La reconstrucción de un fantoma de Derenzo simulado con GATE mejora visualmente con la incorporación de los datos precalculados de la respuesta del cristal en la simulación de la MS. El tiempo de simulación de MS es del rango de dos días en un procesador Pentium IV. El tiempo de lectura de los datos precalculados es menor de 4 minutos,

que es aproximadamente un orden de magnitud menor que el tiempo de reconstrucción por iteración. Por lo tanto el tiempo de lectura no es crítico en el proceso de reconstrucción.

Esta metodología, permite una reconstrucción OSEM-3D en un ordenador Pentium IV, con un tamaño de vóxel menor que la resolución espacial intrínseca de la cámara TEP de alta resolución, en tiempos de 40 minutos por iteración. El tiempo de lectura de los datos precalculados es menor de 4 minutos, por lo que no resulta crítico en el proceso de reconstrucción.

Agradecimientos

Los autores desean dar las gracias a J. J. Vaquero y M. Desco, del Hospital G.U. Gregorio Marañón. Este trabajo se ha financiado en parte por el proyecto TEC2004-0752-C02-02 del Ministerio de Educación y Ciencia, y el proyecto PI041494 del Ministerio de Sanidad.

Referencias

- [1] Lecomte R, Technology challenges in small animal PET imaging, Nucl. Instrum. Meth. A, 527(1-2), 157-165, 2004.
- [2] Leahy RM, et al., Statistical approaches in quantitative positron emission tomography, Stat. Comput., 10(2), 147-165, 2000.
- [3] Fessler JA, Penalized weighted least-squared Image reconstruction for positron emission tomography, IEEE Trans. Med. Imag., 13 (2), 290-300, 1994.
- [4] Shepp LA, et al., Maximum likelihood reconstruction in positron emission tomography, IEEE Trans. Med. Imag., 1 (2), 113-122, 1982.
- [5] Hudson HM, et al., Accelerated image-reconstruction using ordered subsets of projection data, IEEE Trans. Med. Imag., 13 (4), 601-609, 1994.
- [6] Defrise M, et al., Data Acquisition and image reconstruction for 3D PET, in The theory and practice of 3D PET, Dordrecht, The Netherlands: Kluwer, 1998
- [7] Johnson CA, et al., A system for the 3D reconstruction of retracted-septa PET data using the EM algorithm, IEEE Trans. Nucl. Sci., 42 (4), 1223-1227, 1995.
- [8] Lewitt RM, Multidimensional digital image representations using generalized Kaiser-Bessel window functions, J. Opt. Soc. Am. A., 7 (10), 1834-1846, 1990.
- [9] Mumcuoglu EU, et al., Accurate geometric and physical response modelling for statistical image reconstruction in high resolution PET, IEEE Nucl. Sci. Symposium, 1996.
- [10] Berger MJ, et al., XCOM: Photon cross sections database, <http://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/Text/XCOM>.
- [11] Hua XM, Monte Carlo simulation of comptonization in inhomogeneous media, Comp. Phys., 11(6), 660-668, 1997.
- [12] Vaquero JJ, et al., Preliminary results of the Small Animal Rotational Positron Emission Tomography Scanner, Mol. Imag. Biol., 6 (2), 102, 2004.
- [13] Kontaxakis G, et al., Iterative image reconstruction for Clinical PET using ordered subsets, median root prior and a web based interface, Med. Imag. Biol., 4 (3), 219-231, 2002.